محاضرة 3

تحليل التباين Analysis of Variance (ANOVA)

تمهيد ومراجعة (Recap)

كنا المرة اللي فاتت بنعمل recalling سريع. كنا بدأنا الموضوع من الأول بالـT-Test ، وتكلمنا فيه بشكل مفصل ومستفيض، وأخذنا التلاتة applications الأساسيين بالـT-Test . ده كان المحاضرة اللي اتكلمنا فيها على الـ Multivariate بشكل عام، والـIV و الـDV ، وإيه هو اسمه Multivariate، وإيه أول Application أو أول Techniques هنتعامل معاها. وشفنا الفروقات -لو تفتكروا- ارجعوا للـrecord، اتكلمنا عن الـ ANOVA الـone-way و الـtwo-way، اتكلمنا عن الـANCOVA ، اتكلمنا عن الـ MANOVA الـone-way و الـtwo-way، واتكلمنا عن الـMANCOVA كمفهوم، هو assumptions أو conditions عشان نخش نعملها، وإيه اللي لازم يكون متوفر في الـ data أو في طبيعة variables اللي إحنا داخلين نشتغلها.

الانتقال من T-Test إلى ANOVA

- الـANOVA الـone-way و two-way هو الـextension الطبيعي للـt-test لعينتين، سواء independent أو paired samples .
- الـOne-way ANOVA كان من ضمن الحاجات اللي إحنا شفناها. أهم حاجة في ANOVA:
  - الـ dependent variable (DV) لازم يكون quantitative variable سواء discrete أو continuous، بس recommended يكون continuous.
  - الـindependent variable (IV) لازم يكون categorical، وشرط أساسي: لازم يكون عنده أكتر من two groups. يعني لو عندك Low-High (مجموعتين) ← T-test. لو عندك Low-Medium-High(3 مجموعات أو أكثر) ← ANOVA.

طب إيه السؤال اللي إحنا بنسأله في ANOVA؟

أنا رايح أقارن أو أشوف هل فيه differences بين الـ average أو mean بتاع الـ population among the three groups أو الأكثر من three groups. المرة اللي فاتت كنت بشوف two samples، المرة دي هشوف more than two samples.

ليه منعملش t-test كتير لكل pair من الgroups؟

لأنه هيحصل Inflation in the error (Type I Error inflation). كل مرة تعمل فيها t-test، بيبقى عندك alpha (α) = 5%. لو عملت 3 مقارنات، هيزيد احتمال الخطأ من النوع الأول. إنت محتاج alpha واحدة بس بمعدل 5%، وده اللي بيحققه الـANOVA .

شروط (Assumptions) الـANOVA

نفس الـ conditions اللي كانت موجودة في الـ T-test هي برضو موجودة في الـANOVA :

- **Normality:** كل group من الـ groups لازم يتبع normal distribution. لو مكتملش، هنروح لـ Wilcoxon Test (بديل الـ ANOVA الـnon-parametric).
- **Random Sampling:** data are randomly sampled.
- **Homogeneity of Variances:** variances of each sample are assumed to be equal.

(مش شرط obligatory، بس لازم تشير للناس اللي هتقرأ الـ analysis إنهم مش جايين من homogeneity groups).

مثال عملي على One-Way ANOVA

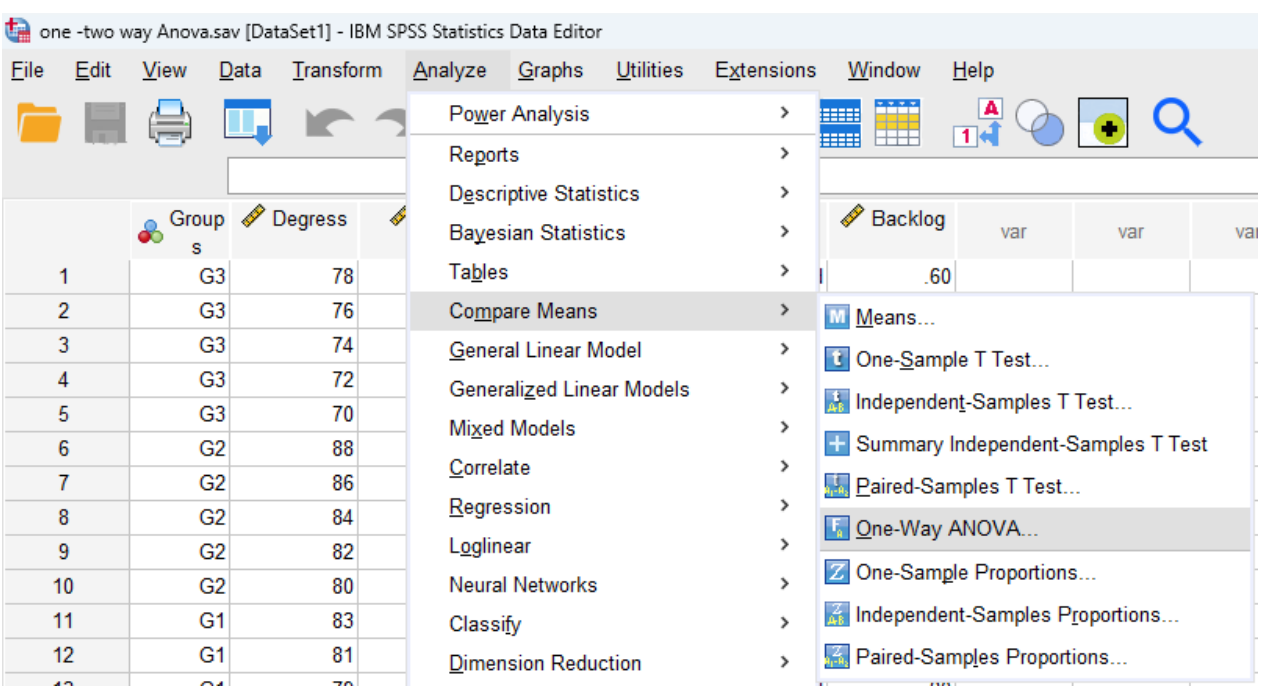
عندي 15 طالب، درجاتهم موزعين على 3 مجموعات. عايزين نعرف: هل فيه فرق بين الـ means بتاعة الـ 3 مجموعات دول؟

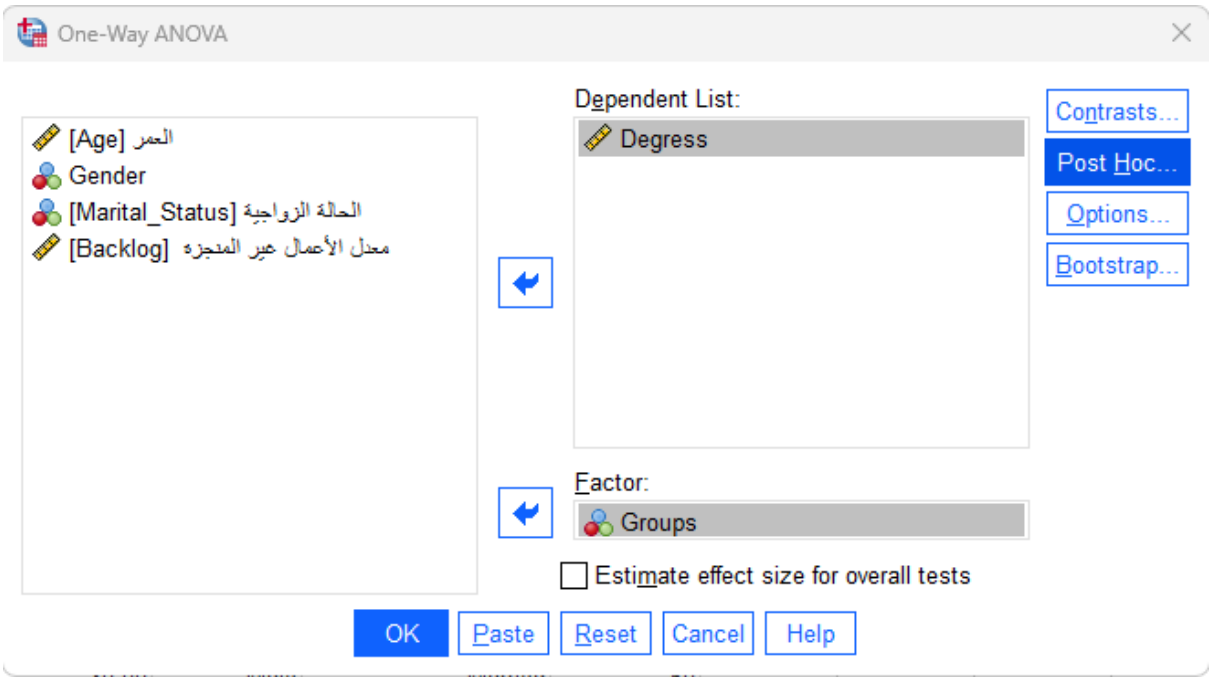
- Null Hypothesis (H_0): $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$
- Alternative Hypothesis (H_1): At least two μ's are not equal

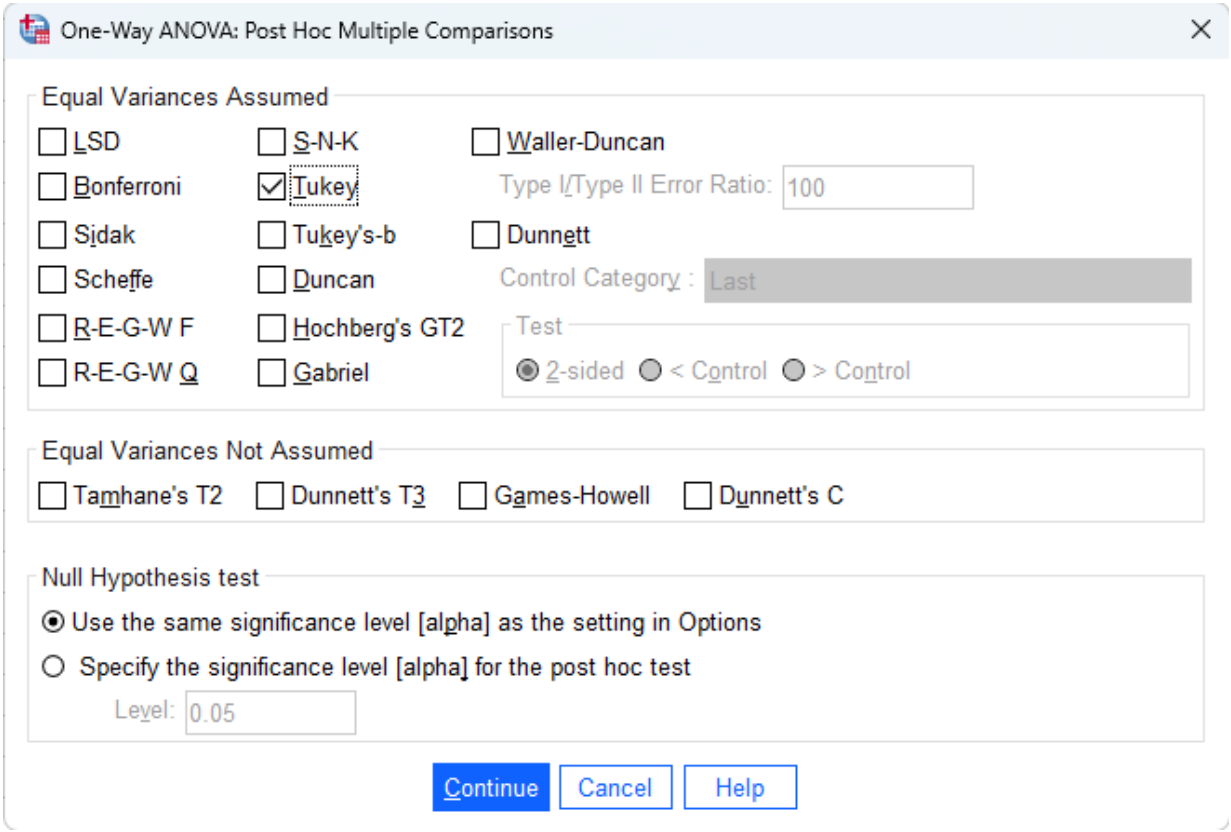
(يعني مش لازم التلاتة يبقوا مختلفين، ممكن اتنين بس مختلفين والتالت زي واحد فيهم).

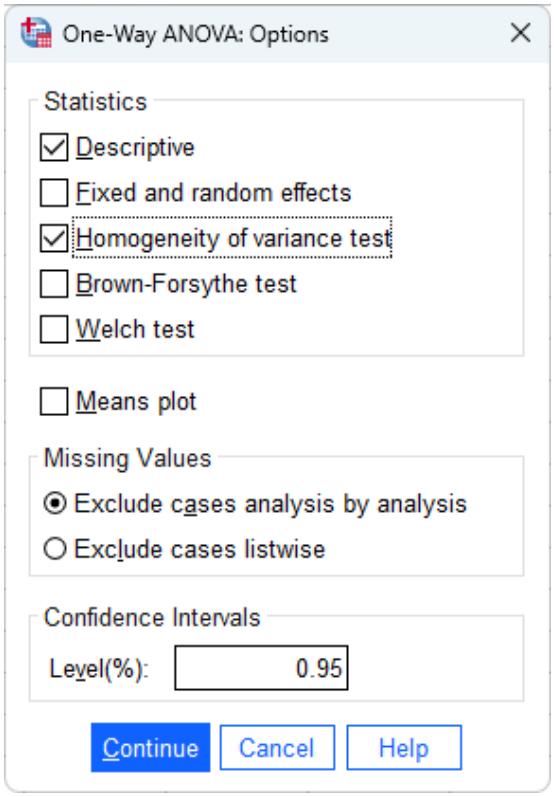
طب إيه اللي بنعمله في SPSS؟ ← نروح لـOne-Way ANOVA

- الـ Groups لازم يكون more than 2 groups، والـ Degrees لازم quantitative .




One-Way ANOVA
[Age] العمر
Gender
[Marital_Status] الحالة الزواجية
[Backlog] معدل الأعمال غير المنجزه
Dependent List:
Degress
Factor:
Groups
Contrasts...
Post Hoc...
Options...
Bootstrap...
Estimate effect size for overall tests
OK
Paste
Reset
Cancel
Help


One-Way ANOVA: Post Hoc Multiple Comparisons
Equal Variances Assumed
LSD
S-N-K
Waller-Duncan
Bonferroni
Tukey
Type I/Type II Error Ratio: 100
Sidak
Tukey's-b
Dunnett
Scheffe
Duncan
Control Category : Last
R-E-G-W F
Hochberg's GT2
Test
R-E-G-W Q
Gabriel
2-sided
< Control
> Control
Equal Variances Not Assumed
Tamhane's T2
Dunnett's T3
Games-Howell
Dunnett's C
Null Hypothesis test
Use the same significance level [alpha] as the setting in Options
Specify the significance level [alpha] for the post hoc test
Level: 0.05
Continue
Cancel
Help



- هنستخدم Post Hoc Test (اختبار بعدي) عشان نعرف بالضبط مين اللي مختلف عن مين. لأن لو رفضنا H_0، ده معناه إن فيه اختلافات، بس مش عارفين فين بالضبط.
- **Homogeneity Test:**
  - بنبص على p-value بتاع test of homogeneity . لو p-value > 0.05 ← هنقبل H_0 إن variances متساوية ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$). في المثال ده، p-value طلعت 1.000 > 0.05، فبنقبل H_0 إن variances متساوية.

Tests of Homogeneity of Variances

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Degrees	Based on Mean	.000	2	12	1.000
	Based on Median	.000	2	12	1.000
	Based on Median and with adjusted df	.000	2	12.000	1.000
	Based on trimmed mean	.000	2	12	1.000

ANOVA

Degrees

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	250.000	2	125.000	12.500	.001
Within Groups	120.000	12	10.000		
Total	370.000	14			

The overall ANOVA yielded a statistically significant effect, $F(2, 12) = 12.50$, $p = 0.001$, indicating that there is a significant difference among at least two of the group means. Consequently, the null hypothesis of equal population means was rejected.

- **Post Hoc Test (مثال Tukey):** بين كل pair من الـgroups، بنشوف الـ mean difference و الـ-p value. **مثال:**
- Group 1 مع Group 2 ← p-value = 0.081 > 0.05 ← مفيش فرق معنوي.
- Group 1 مع Group 3 ← p-value = 0.081 > 0.05 ← مفيش فرق معنوي.
- Group 2 مع Group 3 ← p-value = 0.001 < 0.05 ← فيه فرق معنوي.

Post Hoc Tests

Multiple Comparisons

Dependent Variable: Degrees
Tukey HSD

(I) Groups	(J) Groups	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
G1	G2	-5.000	2.000	.067	-10.34	.34
	G3	5.000	2.000	.067	-.34	10.34
G2	G1	5.000	2.000	.067	-.34	10.34
	G3	10.000*	2.000	.001	4.66	15.34
G3	G1	-5.000	2.000	.067	-10.34	.34
	G2	-10.000*	2.000	.001	-15.34	-4.66

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

الخلاصة من الـPost Hoc : الفرق الوحيد المعنوي هو بين Group 2 و Group 3 .

Two-Way ANOVA

ده الـ natural extension للـOne-Way ANOVA . عندي أكتر من independent variable (categorical variables).

مثال: نسبة الأعمال غير المنجزة (Backlog Value): quantitative DV

الـIVs :

- Marital Status (Single, Married, Divorced) → 3 groups
- Gender (Male, Female) → 2 groups

إحنا عندنا 6 groups combinations:

1. Male Divorced
2. Male Single
3. Male Married
4. Female Divorced
5. Female Single
6. Female Married

السؤال :هل فيه فرق بين الـ 6 groups في الـBacklog value ؟

The Hypotheses in Two-Way ANOVA:

- **Homogeneity of Variances:**
  - H_0: $\sigma^2_{M,Divorced} = \sigma^2_{M,Single} = \sigma^2_{M,Married} = \sigma^2_{F,Divorced} = \sigma^2_{F,Single} = \sigma^2_{F,Married}$
  - H_1: At least two variances are not equal.
- **Main Effects:**
  - H_0: Gender has no effect on Backlog.
  - H_1: Gender has an effect on Backlog.
  - H_0: Marital Status has no effect on Backlog.
  - H_1: Marital Status has an effect on Backlog.
- **Interaction Effect:**
  - H_0: There is no interaction between Gender and Marital Status.
  - H_1: There is an interaction between Gender and Marital Status.
- **Overall Test (Means):**
  - H_0: $\mu_{M,Divorced} = \mu_{M,Single} = \mu_{M,Married} = \mu_{F,Divorced} = \mu_{F,Single} = \mu_{F,Married}$
  - H_1: At least two means are not equal.

SPSS Output:

Univariate Analysis of Variance

Levene's Test of Equality of Error Variances[a,b]

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
معدل الأعمال غير المنجزة	Based on Mean	1.057	5	54	.394
	Based on Median	.902	5	54	.487
	Based on Median and with adjusted df	.902	5	43.126	.489
	Based on trimmed mean	1.048	5	54	.399

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.
a. Dependent variable: معدل الأعمال غير المنجزة
b. Design: Intercept + Gender + Marital_Status + Gender * Marital_Status

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: معدل الأعمال غير المنجزة

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	1.773[a]	5	.355	11.510	.000
Intercept	5.163	1	5.163	167.538	.000
Gender	.020	1	.020	.654	.422
Marital_Status	1.058	2	.529	17.168	.000
Gender * Marital_Status	.695	2	.348	11.278	.000
Error	1.664	54	.031		
Total	8.600	60			
Corrected Total	3.437	59			

a. R Squared = .516 (Adjusted R Squared = .471)

Post Hoc Tests

الحالة الزواجية

Multiple Comparisons

Dependent Variable: معدل الأعمال غير المنجزة
Tukey HSD

(I) الحالة الزواجية	(J) الحالة الزواجية	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
Divorced	Single	.3175*	.05551	.000	.1837	.4513
	Married	.2200*	.05551	.001	.0862	.3538
Single	Divorced	-.3175*	.05551	.000	-.4513	-.1837
	Married	-.0975	.05551	.194	-.2313	.0363
Married	Divorced	-.2200*	.05551	.001	-.3538	-.0862
	Single	.0975	.05551	.194	-.0363	.2313

Based on observed means.
The error term is Mean Square(Error) = .031.
*. The mean difference is significant at the .05 level.

تفسير النتائج:

- **Homogeneity Test:** p-value = 0.394 > 0.05 → equal variances → accept H_0.
- **Tests of Between-Subjects Effects:**
  - **Gender:** p-value = 0.422 > 0.05 → Gender has no effect → accept H_0.
  - **Marital Status:** p-value = 0.000 < 0.05 → Marital Status has an effect → reject H_0.
  - **Interaction (Gender * Marital Status):** p-value = 0.000 < 0.05 → there is interaction effect → reject H_0.

- **Post Hoc للمقارنات (Pairwise):**

SPSS Syntax Code:

```
UNIANOVA Backlog BY Gender Marital_Status
  /METHOD=SSTYPE(3)
  /INTERCEPT=INCLUDE
  /POSTHOC=Gender Marital_Status(TUKEY)
  /EMMEANS=TABLES(OVERALL)
  /EMMEANS=TABLES(Gender)
  /EMMEANS=TABLES(Marital_Status)
  /EMMEANS=TABLES(Gender*Marital_Status) COMPARE(Gender)
  /PRINT HOMOGENEITY
  /CRITERIA=ALPHA(.05)
  /DESIGN=Gender Marital_Status Gender*Marital_Status.
```

SPSS Output

Multiple Comparisons

Dependent Variable: معدل الأعمال غير المنجزة

Tukey HSD

(I) الحالة الزواجية	(J) الحالة الزواجية	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
Divorced	Single	.3175*	.05551	.000	.1837	.4513
	Married	.2200*	.05551	.001	.0862	.3538
Single	Divorced	-.3175*	.05551	.000	-.4513	-.1837
	Married	-.0975	.05551	.194	-.2313	.0363
Married	Divorced	-.2200*	.05551	.001	-.3538	-.0862
	Single	.0975	.05551	.194	-.0363	.2313

Based on observed means.
The error term is Mean Square(Error) = .031.
*. The mean difference is significant at the .05 level.

Pairwise Comparisons

Dependent Variable: معدل الأعمال غير المنجزة

الحالة الزواجية	(I) Gender	(J) Gender	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.[b]	95% Confidence Interval for Difference[b]	
						Lower Bound	Upper Bound
Divorced	Male	Female	-.335*	.079	.000	-.492	-.178
	Female	Male	.335*	.079	.000	.178	.492
Single	Male	Female	.060	.079	.448	-.097	.217
	Female	Male	-.060	.079	.448	-.217	.097
Married	Male	Female	.165*	.079	.040	.008	.322
	Female	Male	-.165*	.079	.040	-.322	-.008

Based on estimated marginal means
*. The mean difference is significant at the .05 level.
b. Adjustment for multiple comparisons: Least Significant Difference (equivalent to no adjustments).

Output Interpretation:

- Divorced vs Single → $p < 0.05$ → there is a significant difference.
- Divorced vs Married → $p < 0.05$ → there is a significant difference.
- Single vs Married → $p = 0.194 > 0.05$ → there is no significant difference.
- Male Divorced vs Female Divorced → $p < 0.05$ → there is a significant difference.
- Male Single vs Female Single → $p = 0.448 > 0.05$ → there is no significant difference.
- Male Married vs Female Married → $p = 0.04 < 0.05$ → there is a significant difference.

التفسير النهائي (من المحاضر):

أفضل ناس على الإطلاق بين الـ Male والـ Female هي الـ Female Single (بتأخر أقل). وأسوأ واحد هو الـ Male Married (بيأخر أكتر). الـ Female Divorced كمان بتأخر كتير. يعني لو بتعين ناس، شغل الـ Male و Female Single. أسوأ حد ممكن تشغله هو الـ Female Divorced أو الـMale Married .

ملاحظات إضافية:

- **الـPost Hoc في Two-Way ANOVA:** لو عايز تشوف الـ interaction في الـpost hoc ، لازم تكتب Syntaxفي SPSS، لأنه مش بيظهر من الـ dialogs العادية.
- **تحذير:** لما يكون عندك أكتر من متغيرين، الـ null hypotheses بتزيد، والتفسير بيبقى أكتر تعقيداً، بس الـ logic هو هو.
- **الـ Covariate (ANCOVA):** لو دخلت متغير زي Age مع الـ Gender و Marital Status، يبقى ده ANCOVA. ولو زودت أكتر من DV، يبقى MANOVA أو MANCOVA.

انتهت المحاضرة الثالثة